

ÔN TẬP TOÁN 10 (TUẦN 17, 18)

I. ÔN TẬP KIẾN THỨC

1/ Phần đại số

* Khái niệm bất đẳng thức

Các mệnh đề dạng " $a < b$ " hoặc " $a > b$ " được gọi là bất đẳng thức.

* Bất đẳng thức CÔ-SI

+ **Định lý:** Trung bình nhân của hai số không âm nhỏ hơn hoặc bằng trung bình cộng của chúng

$$\sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2}, \forall a, b \geq 0$$

Đẳng thức $\sqrt{ab} = \frac{a+b}{2}$ xảy ra khi và chỉ khi $a=b$

* **Hệ quả:** $a + \frac{1}{a} \geq 0, \forall a > 0$

* Điều kiện của một bất phương trình

Tương tự đối với phương trình, ta gọi các điều kiện của ẩn số x để $f(x)$ và $g(x)$ có nghĩa là điều kiện xác định (hay gọi tắt là điều kiện) của bất phương trình $f(x) < g(x)$ ($f(x) \leq g(x)$)

* Một số phép biến đổi bất phương trình

• **Cộng (trừ):** $P(x) < Q(x) \Leftrightarrow P(x) + f(x) < Q(x) + f(x)$

• **Nhận xét:** $P(x) < Q(x) + f(x) \Leftrightarrow P(x) - f(x) < Q(x)$

• Nhân (chia):

$P(x) < Q(x) \Leftrightarrow P(x) \cdot f(x) < Q(x) \cdot f(x)$ nếu $f(x) > 0, \forall x$

$P(x) < Q(x) \Leftrightarrow P(x) \cdot f(x) > Q(x) \cdot f(x)$ nếu $f(x) < 0, \forall x$

• **Bình phương:** $P(x) < Q(x) \Leftrightarrow P^2(x) < Q^2(x)$ nếu $P(x) \geq 0, Q(x) \geq 0, \forall x$

2/ Phần hình học

a/ **Gía trị lượng giác của một góc bất kỳ từ 0° đến 180°**

* Định nghĩa:

• sin của góc α là y_0 , kí hiệu $\sin \alpha = y_0$;

• cosin của góc α là x_0 , kí hiệu $\cos \alpha = x_0$;

• tang của góc α là $\frac{y_0}{x_0}$ ($x_0 \neq 0$), kí hiệu $\tan \alpha = \frac{y_0}{x_0}$;

• cotang của góc α là $\frac{x_0}{y_0}$ ($y_0 \neq 0$), kí hiệu $\cot \alpha = \frac{x_0}{y_0}$;

* Tính chất

• $\sin \alpha = \sin(180^\circ - \alpha)$

• $\cos \alpha = -\cos(180^\circ - \alpha)$

• $\tan \alpha = -\tan(180^\circ - \alpha)$

• $\cot \alpha = -\cot(180^\circ - \alpha)$

b/ **Tích vô hướng của hai vector**

* **Định nghĩa:** $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos(\vec{a}, \vec{b})$

* **Biểu thức tọa độ của tích vô hướng**

• Trên mặt phẳng tọa độ $(0; \vec{i}, \vec{j})$, cho hai vector $\vec{a} = (a_1; a_2), \vec{b} = (b_1; b_2)$. Khi đó tích vô hướng $\vec{a} \cdot \vec{b}$ là:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1 b_1 + a_2 b_2$$

• **Nhận xét:** Hai vector $\vec{a} = (a_1; a_2), \vec{b} = (b_1; b_2)$ đều khác vector $\vec{0}$ vuông góc với nhau khi và chỉ khi $a_1 b_1 + a_2 b_2 = 0$

* **Độ dài của vector:**

• Độ dài của vector $\vec{a} = (a_1; a_2)$ được tính theo công thức:

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2}$$

* **Góc giữa hai vector**

$$\cos(\vec{a}; \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{a_1 b_1 + a_2 b_2}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2} \cdot \sqrt{b_1^2 + b_2^2}}$$

* **Khoảng cách giữa hai điểm**

Khoảng cách giữa hai điểm $A(x_A; y_A), B(x_B; y_B)$ được tính theo công thức:

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

II. BÀI TẬP

1/ Phần tự luận

Bài 1: Chứng minh rằng, nếu a, b là hai số cùng dấu thì $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2$

Bài 2: Chứng minh rằng, nếu a, b, c là độ dài các cạnh của một tam giác thì
$$a^2 + b^2 + c^2 < 2(ab + bc + ca)$$

Bài 3: Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = (x+3)(5-x)$ với $-3 \leq x \leq 5$

Bài 4: Tìm điều kiện xác định của các bất phương trình sau:

a/ $x + \frac{1}{x-3} \geq 2 + \frac{1}{x-3}$

b/ $\sqrt{x-3} < 1 + \sqrt{x-3}$

c/ $\frac{x}{\sqrt{x-2}} < \frac{2}{\sqrt{x-2}}$

d/ $2x + \frac{3}{2x-4} < 3 + \frac{3}{2x-4}$

Bài 5: Giải các bất phương trình sau

a/ $\frac{x+2}{3} - x + 1 > x + 3$

b/ $\frac{3x+5}{2} - 1 \leq \frac{x+2}{3} + x$

c/ $2x - 10 < 3x - 5$

d/ $x(7-x) + 6(x-1) < x(2-x)$

e/ $\frac{3x-1}{4} - \frac{3(x-2)}{8} - 1 > \frac{5-3x}{2}$

f/ $\frac{x-3}{4} + \frac{1-2x}{5} \leq \frac{x+1}{3}$

Bài 6: Giải các hệ bất phương trình sau.

a/
$$\begin{cases} 3x - 5 > 2x - 1 \\ 4x + 1 < 3x + 2 \end{cases}$$

b/
$$\begin{cases} 2x + 1 > 3x + 4 \\ 5x + 3 \geq 8x - 9 \end{cases}$$

$$c/ \begin{cases} \frac{x+1}{2} - \frac{x+2}{3} > 2 + \frac{x}{6} \\ 4x+3 > 2x-5 \end{cases}$$

$$d/ \begin{cases} -2x + \frac{3}{5} > \frac{3(2x-7)}{3} \\ x - \frac{1}{2} < \frac{5(3x-1)}{2} \end{cases}$$

Bài 7: Cho góc $\alpha = 135^\circ$. Hãy tính $\sin \alpha, \cos \alpha, \tan \alpha$ và $\cot \alpha$

Bài 8: Cho tam giác cân ABC có $\hat{B} = \hat{C} = 15^\circ$. Hãy tính các giá trị lượng giác của góc A

Bài 9: Chứng minh rằng

$$a/ 1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \quad (\text{với } \alpha \neq 90^\circ)$$

$$b/ 1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha} \quad (\text{với } \alpha \neq 0^\circ, \alpha \neq 180^\circ)$$

Bài 10: Cho hình vuông ABCD cạnh a. Tính tích $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD}$ và $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$

Bài 11: Tam giác ABC vuông tại C có $AC=9$, $CB=5$. Tính $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$

Bài 12: Trong mặt phẳng Oxy cho $A(4; 6)$, $B(1; 4)$, $C(7; \frac{3}{2})$

a/ Chứng minh rằng tam giác ABC vuông tại A.

b/ Tính độ dài các cạnh AB, AC và BC của tam giác đó.

Bài 13: Tính góc giữa hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ trong các trường hợp sau.

$$a/ \vec{a} = (1; -2), \vec{b} = (-1; -3)$$

$$b/ \vec{a} = (3; -4), \vec{b} = (4; 3)$$

$$c/ \vec{a} = (2; 5), \vec{b} = (3; -7)$$

2/ Phần trắc nghiệm

Câu 1: Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sau đây đúng?

$$A. \begin{cases} a < b \\ c < d \end{cases} \Rightarrow a - c < b - d$$

$$B. \begin{cases} a > b \\ c > d \end{cases} \Rightarrow a - c > b - d$$

$$C. \begin{cases} a > b \\ c > d \end{cases} \Rightarrow a - d > b - c$$

$$D. \begin{cases} a > b > 0 \\ c > d > 0 \end{cases} \Rightarrow a - c > b - d$$

Câu 2: Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sau đây đúng?

$$A. a < b \Rightarrow ac < bd$$

$$B. a < b \Rightarrow ac > bd$$

$$C. c < a < b \Rightarrow ac < bc$$

$$D. \begin{cases} a < b \\ c > 0 \end{cases} \Rightarrow ac < bc$$

Câu 3: Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $f(x) = \frac{(x+2)(x+8)}{x}$ với $x > 0$

$$A. m = 4$$

$$B. m = 18$$

$$C. m = 16$$

$$D. m = 6$$

Câu 4: Tìm điều kiện xác định của bất phương trình $\sqrt{2-x} + x < 2 + \sqrt{1-2x}$

$$A. x \in \mathbb{R}$$

$$B. x \in (-\infty; 2]$$

$$C. x \in \left(-\infty; \frac{1}{2}\right]$$

$$D. x \in \left[\frac{1}{2}; 2\right]$$

Câu 5: Tìm điều kiện xác định của bất phương trình $x + \frac{x-1}{\sqrt{x+5}} > 2 - \sqrt{4-x}$.

$$A. x \in [-5; 4]$$

$$B. x \in (-5; 4)$$

$$C. x \in [4; +\infty)$$

$$D. x \in (-\infty; -5)$$

Câu 6: Bất phương trình $2x + \frac{3}{2x-4} < 3 + \frac{3}{2x-4}$ tương đương với

- A. $2x < 3$ B. $x < \frac{3}{2}$ và $x \neq 2$ C. $x < \frac{3}{2}$ D. Tất cả đều đúng

Câu 7: Cặp bất phương trình nào sau đây là tương đương?

- A. $x-2 \leq 0$ và $x^2(x-2) \leq 0$ B. $x-2 < 0$ và $x^2(x-2) > 0$
C. $x-2 < 0$ và $x^2(x-2) < 0$ D. $x-2 \geq 0$ và $x^2(x-2) \geq 0$

Câu 8: Bất phương trình $ax+b > 0$ vô nghiệm khi

- A. $\begin{cases} a \neq 0 \\ b = 0 \end{cases}$ B. $\begin{cases} a > 0 \\ b > 0 \end{cases}$ C. $\begin{cases} a = 0 \\ b \neq 0 \end{cases}$ D. $\begin{cases} a = 0 \\ b \leq 0 \end{cases}$

Câu 9: Tập nghiệm S của bất phương trình $5x-1 \geq \frac{2x}{5} + 3$ là

- A. $S = \mathbb{R}$ B. $S = (-\infty; 2)$ C. $S = \left(-\frac{5}{2}; +\infty\right)$ D. $S = \left[\frac{20}{23}; +\infty\right)$

Câu 10: Tập nghiệm S của bất phương trình $x + \sqrt{x-2} \leq 2 + \sqrt{x-2}$ là

- A. $S = \emptyset$ B. $S = (-\infty; 2]$ C. $S = \{2\}$ D. $S = [2; +\infty)$

Câu 11: Tập nghiệm S của hệ bất phương trình $\begin{cases} 2-x > 0 \\ 2x+1 < x-2 \end{cases}$ là

- A. $S = (-\infty; -3)$ B. $S = (-\infty; 2)$ C. $S = (-3; 2)$ D. $S = (-3; +\infty)$

Câu 12: Giá trị $\cos 45^\circ + \sin 45^\circ$ bằng bao nhiêu?

- A. 1 B. $\sqrt{2}$ C. $\sqrt{3}$ D. 0

Câu 13: Trong các đẳng thức sau đây đẳng thức nào là đúng?

- A. $\sin 150^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\cos 150^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$
C. $\tan 150^\circ = -\frac{1}{\sqrt{3}}$ D. $\cot 150^\circ = \sqrt{3}$

Câu 14: Trong các khẳng định sau đây, khẳng định nào sai?

- A. $\cos 45^\circ = \sin 45^\circ$ B. $\cos 45^\circ = \sin 135^\circ$
C. $\cos 30^\circ = \sin 120^\circ$ D. $\sin 60^\circ = \cos 120^\circ$

Câu 15: Trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào đúng?

- A. $\sin(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$ B. $\sin(180^\circ - \alpha) = -\sin \alpha$
C. $\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$ D. $\sin(180^\circ - \alpha) = \cos \alpha$

Bài 16: Cho α là góc tù. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $\sin \alpha < 0$ B. $\cos \alpha > 0$ C. $\tan \alpha < 0$ D. $\cot \alpha > 0$

Câu 17: Cho tam giác đều ABC có đường cao AH. Tính $(\overrightarrow{AH}, \overrightarrow{BA})$.

- A. 30° B. 60° C. 120° D. 150°

Câu 18: Cho $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là hai vectơ cùng hướng và đều khác vectơ $\vec{0}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$ B. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ C. $\vec{a} \cdot \vec{b} = -1$ D. $\vec{a} \cdot \vec{b} = -|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$

Câu 19: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho ba điểm A(3; -1), B(2; 10), C(-4; 2). Tính tích vô hướng $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$

- A. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 40$ B. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = -40$ C. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 26$ D. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = -26$

Câu 20: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai vectơ $\vec{a} = 4\vec{i} + 6\vec{j}$ và $\vec{b} = 3\vec{i} - 7\vec{j}$.

Tính tích vô hướng $\vec{a} \cdot \vec{b}$.

- A. $\vec{a} \cdot \vec{b} = -30$ B. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 3$ C. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 30$ D. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 43$

Câu 21: Trong mặt phẳng Oxy, cho hai vectơ $\vec{a} = (-1; 1)$ và $\vec{b} = (2; 0)$. Tính cosin của góc giữa hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$.

- A. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{1}{\sqrt{2}}$ B. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$
C. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = -\frac{1}{2\sqrt{2}}$ D. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{1}{2}$

Câu 22: Trong mặt phẳng Oxy, cho hai vectơ $\vec{a} = (4; 3)$ và $\vec{b} = (1; 7)$. Tính góc α giữa hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$.

- A. $\alpha = 90^\circ$ B. $\alpha = 45^\circ$ C. $\alpha = 60^\circ$ D. $\alpha = 135^\circ$

Câu 23: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, tính khoảng cách giữa hai điểm M (1; -2) và N(-3; 4).

- A. MN = 4 B. MN = 6 C. MN = $3\sqrt{6}$ D. MN = $2\sqrt{13}$

Câu 24: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai vectơ $\vec{u} = (3; 4)$ và $\vec{v} = (-8; 6)$. Khẳng định nào sau đây đúng ?

- A. $|\vec{u}| = |\vec{v}|$ B. $\vec{u}$ và $\vec{v}$ cùng phương
C. $\vec{u}$ vuông góc với $\vec{v}$ D. $\vec{u} = -\vec{v}$

Câu 25: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có A(-1; 1), B(1; 3) và C(1; - 1). Khẳng định nào sau đây đúng ?

- A. Tam giác ABC đều. B. Tam giác ABC có ba góc đều nhọn.
C. Tam giác ABC cân tại B. D. Tam giác ABC vuông cân tại A

.....**Hết**.....